

基于小波域 LS 方法的图象超分辨率重构算法

赵书斌 张 蓬 彭思龙

(中国科学院自动化研究所集成电路中心, 北京 100080)

摘 要 为了能够有效地重构出高分辨率图象, 提出了一种基于小波域最小二乘法(LS)的图象超分辨率重构算法. 该算法是利用多尺度边缘的自相似性, 由低分辨率图象通过预测来得到高分辨率图象小波变换的3个高频通道, 以实现图象超分辨率重构. 由于该算法保持了图象边缘附近的几何正则性, 因而能够重构出较高质量的图象. 同时, 由于小波系数的预测只在边缘处进行, 因此该算法具有较小的计算复杂度. 实验表明, 该算法较好地实现了图象超分辨率重构.

关键词 计算机图象处理(520·6040) 小波变换 图象超分辨率 边缘模型 自相似性 最小二乘法

中图法分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2003)11-1281-05

Wavelet-domain LS-based Image Superresolution

ZHAO Shu-bin, ZHANG Peng, PENG Si-long

(Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract This paper proposes a wavelet-domain Least-square (LS) based algorithm for image superresolution. Beginning with presenting the edge models popularly accepted in the literature, it is demonstrated in this paper that the edges in different scales are similar to each other in form. This property is called the self-similarity of the multiscale edges. Due to the property, it is possible to predict the three subbands of wavelet coefficients. In order to guarantee the stability and effectiveness of the prediction, the least-square method is adopted. The wavelet coefficients obtained so far are not correct where the multiscale edges are not self-similar. So, the correlation correction method is used to reduce the kind of distortion. Once the wavelet coefficients are obtained, the high resolution image can be reconstructed. Because the algorithm properly preserves the geometrical regularity around the edges, the induced image is of high visual quality. Besides, since only the wavelet coefficients near edges need to be predicted, the algorithm is computationally efficient. Simulations demonstrate the performance of the method.

Keywords Wavelet transform, Image superresolution, Edge model, Self-similarity, Least square

0 前 言

图象超分辨率重构是指由一幅或多幅低分辨率图象来获得一幅高分辨率图象的过程, 本文仅考虑单幅图象的超分辨率重构问题. 单幅图象超分辨率重构的本质就是要使放大的图象呈现更多的场景细节, 为此, 很多研究者做了大量的工作, 如 Schultz 等提出了一种基于 MRF 的图象超分辨率重构算法^[1], 在该文中提出了一种新的先验能量函数, 并把图象超分辨率重构问题表述为一个有约束的优化问

题. 尽管该算法在某种程度上考虑了边缘保持问题, 但先验能量函数对高分辨率图象边缘的抑制还是相当严重的, 这必然导致获得的高分辨率图象边缘不够清晰. 为解决各种插值算法的空间自适应问题, Li X 等提出了一种基于 LS 方法的边缘指导内插算法^[2~3], 该算法是利用低分辨率图象和高分辨率图象之间所具有的相似性, 并根据低分辨率图象局部相关性来自适应地选择插值格式; 与此同时, Battiato 等也提出了一种空间自适应插值算法^[4], 该算法则是根据低分辨率图象的局部边缘方向来选择插值方式. 虽然这两种自适应插值算法都在很大

基金项目: 国家自然科学基金项目(60272042)

收稿日期: 2002-12-24; 改回日期: 2003-06-10

程度上提高了高分辨率图象的视觉质量,但是,与其他任何一种插值算法一样,它们都假定低分辨率图象的像素值就是高分辨率图象相应位置的像素值.但这种假设是不符合实际情况的,因为实际上,低分辨率图象像素值只是高分辨率图象相应位置邻域像素值的某种加权平均,所以使得用这种算法重构出的图象仍然不够理想. Baker 等分析了图象超分辨率重构的可能性,并提出了一种基于模式识别的人脸超分辨率重构算法^[5,6],但由于该算法需要大规模图象库的支持,因此仍有很大的局限性.

为此,本文提出一种基于小波域 LS 方法的图象超分辨率重构算法.

1 图象边缘在小波变换下的自相似性

1.1 2D 小波分解

2D 信号可以按下式进行小波分解^[7,8]

$$f(x, y) = \sum_{m,n} u_{m,n} \varphi_{j_0, m, n}^{(L)}(x, y) + \sum_{j=1}^{J_0} \sum_{m,n} \sum_{j_0, m, n} w_{j, m, n}^{(B)} \psi_{j, m, n}^{(B)}(x, y) \quad (1)$$

其中

$$u_{m,n} = \iint f(x, y) \varphi_{j_0, m, n}^{(L)}(x, y) dx dy$$

$$w_{j, m, n}^{(B)} = \iint f(x, y) \psi_{j, m, n}^{(B)}(x, y) dx dy$$

而 $\{\varphi_{j_0, m, n}^{(L)}, \psi_{j, m, n}^{(B)}, j, m, n \in \mathbf{Z}\}$ 为一组小波基函数, J_0 为某一整数, $B \in \{LH, HL, HH\}$. 其中, LL、LH、HL 和 HH 分别表示小波分解的低频以及竖直、水平和对角方向的高频. 式(1)右边第 1 项相当于低分辨率图象. 如果知道了 3 个通道的小波系数 $w_{j_0, m, n}^{(B)}$, 那么就可以重构出一幅具有更高分辨率的图象.

1.2 图象边缘在小波变换下的自相似性

为简单计,这里只讨论一维情况.

自然图象中的边缘可以看成阶跃函数与一个高斯函数的卷积:

$$f(x) = Cu(x) * g(x; 0, \sigma^2) \quad (2)$$

其中, $u(x)$ 和 $g(x; 0, \sigma^2)$ 分别为单位阶跃函数和高斯函数, C 为一常数.

一般具有 n 阶消失矩的小波相当于 n 阶微分算子^[6], 因为 Haar 小波具有一阶消失矩, 所以 Haar 小波变换的高通相当于微分, 而其低通相当于适当的平滑. 下面, 为说明方便起见, 首先对式(2)所示的边缘作一系列的平滑和微分(采样或不采样).

然后以适当的高斯函数 $g(x; 0, \sigma^2)$ 与 $f(x)$ 作卷积, 并经过亚采样得到

$$f_1(x) = C \int u(2x-t)g(t; 0, \sigma^2 + \sigma_1^2) dt \quad (3)$$

其中, $f_1(x)$ 可以看作是 $f(x)$ 的 Haar 小波变换的低通, 其尺度记为 1. 对 $f(x)$ 作微分运算, 经亚采样后即得到

$$f_2(x) = Cg(2x; 0, \sigma^2) = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2/4}\right) \quad (4)$$

式中, $f_2(x)$ 相当于 $f(x)$ 的 Haar 小波变换在尺度 1 上的高通. 对 $f_1(x)$ 作微分运算可得到

$$f_3(x) = 2Cg(2x; 0, \sigma^2 + \sigma_1^2) = \frac{2C}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{(\sigma_1^2 + \sigma^2)/4}\right) \quad (5)$$

式中, $f_3(x)$ 相当于 $f(x)$ 的 Haar 小波变换的高通(不采样), 其尺度记为 2. 如果对 $f_3(x)$ 作亚采样, 那么就可以得到尺度 2 上采样的高通

$$f_4(x) = 2Cg(4x; 0, \sigma_1^2 + \sigma^2) = \frac{2C}{\sqrt{2\pi(\sigma_1^2 + \sigma^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{(\sigma_1^2 + \sigma^2)/16}\right) \quad (6)$$

下面, 再计算下一个尺度(记为 3)的高通(不采样), 即以 $g(x; 0, \sigma_1^2)$ 与 $f_1(x)$ 作卷积, 并经亚采样得到

$$f_5(x) = C \int u(2x-t)g\left(t; 0, \frac{5\sigma_1^2 + \sigma^2}{4}\right) dt \quad (7)$$

$f_5(x)$ 的微分就是尺度 3 上不采样的高通

$$f_6(x) = 2Cg\left(2x; 0, \frac{5\sigma_1^2 + \sigma^2}{4}\right) = \frac{4C}{\sqrt{2\pi(5\sigma_1^2 + \sigma^2)}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{(5\sigma_1^2 + \sigma^2)/16}\right) \quad (8)$$

由式(4), (5), (6)和(8)可知, 如果 $\sigma_1^2 \ll \sigma^2$ (这也是本文采用 Haar 小波的一个原因), 则 $f_2(x)$ 与 $f_3(x)$ 和 $f_4\left(\frac{x}{2}\right)$ 与 $f_6\left(\frac{x}{2}\right)$ 这两对函数之间具有相近的自相似关系, 它体现了信号的局部正则性. 本文把这一性质称为图象边缘在多尺度小波变换下的自相似性, 这一性质使得可以通过 $f_3(x)$, $f_4(x)$ 和 $f_6(x)$ 来预测 $f_2(x)$.

2 采用最小二乘法(LS)预测小波系数

2.1 采用 LS 方法进行小波系数的初步预测

设低分辨率图象为 I , 在进行小波系数预测前,

应首先对 I 作 2 次 Haar 小波变换,第 1 次不进行亚采样,可得到 3 个高频通道的小波系数矩阵 LH_1, HL_1, HH_1 ;第 2 次进行亚采样,可得到低频通道小波系数矩阵 LL 和 3 个高频通道的小波系数矩阵 LH_2, HL_2, HH_2 ;然后,对 LL 进行不采样的 Haar 小波分解,可得到 3 个高频通道的小波系数矩阵 LH_3, HL_3, HH_3 。下面,采用 LS 方法初步预测重构高分辨率图象所需的 3 个高频通道的小波系数矩阵 LH, HL, HH 。在此,只介绍 LH 的预测方法,而 HL 和 HH 的预测方法与其完全相同。

根据多尺度边缘的自相似性,可以由低分辨率图象来预测高分辨率图象的小波系数,但是实验表明,通过曲线拟合,由 LH_1 预测 LH 会带来严重的失真。这是由于边缘结构是复杂的,因此各处均采用高斯函数进行拟合是不合理的。另外,曲线拟合的计算量太大,这也是图象重构不能忍受的。为使小波系数的预测具有自适应性,必须提高预测的可靠性,并减小计算量,下面考虑一阶邻域(图 1 中有黑块的像素),并采用最小二乘法(LS)来进行小波系数的初步预测。

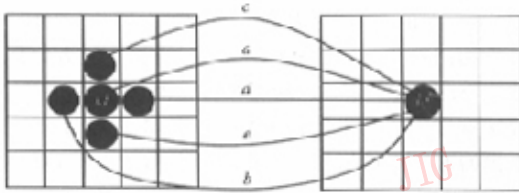


图 1 一阶邻域小波函数预测(左: LH_1 ;右: LH)

假定 $LH(i, j)$ 是 $LH_1(i, j), LH_1(i, j-1), LH_1(i-1, j), LH_1(i, j+1)$ 和 $LH_1(i+1, j)$ 的线性组合,即

$$LH(i, j) = aLH_1(i, j) + bLH_1(i, j-1) + cLH_1(i-1, j) + dLH_1(i, j+1) + eLH_1(i+1, j) \quad (9)$$

由于高分辨率图象和低分辨率图象边缘在小波变换下具有相近的自相似性,因此可以近似地假定矩阵 LH_3 和 LH_2 的相应元素之间也应有相同线性组合关系。设 $m = [i/2], n = [j/2]$, 则如下关系成立

$$LH_2(m, n) = aLH_3(m, n) + bLH_3(m, n-1) + cLH_3(m-1, n) + dLH_3(m, n+1) + eLH_3(m+1, n) \quad (10)$$

为唯一确定上式中的 5 个系数,设矩阵 LH_2 中点 (m, n) 的 3×3 邻域中每个元素与矩阵 LH_3 中的相应元素之间存在与式(10)相同的关系,这样,就得到了一个含有 9 个线性方程的关于未知量 $a, b, c,$

d, e 的方程组。如果这个方程组是超定的,那么取其 LS 解就可以得到式(10)中 5 个未知量的值,进而即可确定矩阵 LH 。如果这个方程组是不定的,则无法通过求解超定方程组来确定式(10)中的 5 个未知量的值。显然,由于沿边缘方向的相近位置具有相近的几何正则性,因而在这些位置小波系数随尺度减小也应具有相近的衰减规律^[8]。为保证预测的稳定性,可以作如下处理:首先沿边缘方向在 LH_3 和 LH_2 的相应位置分别取 3 个元素,设为 $LH_3(m-1, n), LH_3(m, n), LH_3(m+1, n)$ 和 $LH_2(m-1, n), LH_2(m, n), LH_2(m+1, n)$;然后就可通过下式来确定 $LH(i, j)$ 的值:

$$LH(i, j) = \frac{LH_2(m-1, n) + LH_2(m, n) + LH_2(m+1, n)}{LH_3(m-1, n) + LH_3(m, n) + LH_3(m+1, n)} \cdot (LH_1(i-1, j) + LH_1(i, j) + LH_1(i+1, j)) / 3 \quad (11)$$

另外,应该注意到,由于 LH 中 4 点 $(2k-1, 2l-1), (2k-1, 2l), (2k, 2l-1)$ 和 $(2k, 2l)$ 所对应的 5 个系数完全相同,因此求解一次方程组即可。

2.2 通过相关性校正减小失真

前面进行小波系数预测的前提是图象边缘在小波变换下的自相似性,但是如果某些区域在不同尺度上小波系数的分布不具有自相似性,那么预测得到的小波系数将严重失真,本文称这种失真为点失真,如图 2 中箭头所示,而且这种点失真主要出现在纹理区和结构较小的区域。另外,由于 LS 方法具有平均作用,这就导致在边缘两侧的小波系数值偏大,本文称这种失真为线失真,图 3 所示为 LH 某处边缘法线方向剖面图,而这种线失真往往导致震铃效应。下面,以 LH 为例来说明如何通过相关性校正来减小点失真和线失真。



(a) 校正前 (b) 校正后

图 2 小波系数的预测失真和校正

若以高斯函数($\sigma=2$)的一阶导数分别对低分辨率图象 I 的行和列进行滤波来得到两个梯度图象 I_x 和 I_y , 则图象 I 的边缘强度图象为

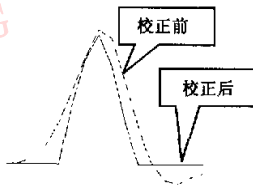


图3 某处边缘法线方向剖面图

$$I_{\text{mag}} = ((I_x)^2 + (I_y)^2)^{1/2} \quad (12)$$

其中，“·”表示点运算，不是矩阵运算。

现在，对边缘强度图象 I_{mag} 作如下归一化处理：对于每一条边缘，在其法线方向将边缘强度归一化，即将此方向上属于该边缘的像素值除以该处的最大值。

LH 与 I_{mag} 之间应具有较大的相关性，即小波系数较大的点，其边缘强度也应较大；而在发生点失真处，边缘强度必然远小于 1。于是，只要取

$$LH = LH * I_{\text{mag}} \quad (13)$$

即可基本消除点失真。其中，“*”表示按点乘积。同时，由于在边缘两侧边缘强度较小，因此上式所作运算也减小了线失真。

3 算法描述

已知低分辨率图象 I ，假定大小为 256×256 。

(1) 按第 2 节所述方法来计算图象 I 的边缘强度图象，然后根据此图象确定需要进行小波系数预测的像素点。

(2) 对图象 I 作 2 次 Haar 小波变换：第 1 次不进行亚采样，可得到 3 个高频通道小波系数矩阵 LH_1, HL_1, HH_1 (256×256)；第 2 次进行亚采样，可得到低频通道小波系数矩阵 LL 和 3 个高频通道的小波系数矩阵 LH_2, HL_2, HH_2 ，其大小均为 128×128 ；然后，对 LL 作不采样的 Haar 小波变换，可得到 3 个高频通道的小波系数矩阵 LH_3, HL_3, HH_3 ，大小均为 128×128 。

(3) 采用 LS 方法进行小波系数预测，并进行相关性校正，即得到 3 个通道的小波系数矩阵 LH, HL, HH ，大小均为 256×256 。

(4) 对 I, LH, HL 和 HH 作 Haar 小波逆变换，即可获得一幅 512×512 的高分辨率图象。

4 实验结果与计算复杂性

由于峰值信噪比 (PSNR) 并不能准确度量自然

图象的视觉质量^[6]，而其他用于度量图象视觉质量的方法^[9]又比较复杂，所以本文将采用峰值信噪比与主观视觉相结合的方法来评价图象的质量。

下面，以标准测试图象 Lena, Elaine, Boat 和 Baboon 为例来说明本文算法的有效性。测试图象经模糊和亚采样后作为低分辨率图象，模糊核为

$$h = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

峰值信噪比定义为

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |x_i - \tilde{x}_i|^2} \quad (15)$$

其中， x 为标准测试图象， \tilde{x} 为经过超分辨率得到的高分辨率图象， N 为像素总数。

表 1 对三次样条插值和小波域 LS 方法的实验结果进行了比较 (峰值信噪比)。由表 1 可以看出，本文提出的小波域 LS 方法重构出的高分辨率图象的峰值信噪比有了显著提高。图 4 为线性插值、边缘指导插值和本文算法的实验结果。为了看得更清楚，并节省篇幅，本文只剪切了 Lena 图象的一部分来进行比较。在正常大小和距离下可以清楚看出，线性插值重构的图象具有明显的块效应，且沿边缘方向缺乏应有的光滑性；Li X 的边缘指导下插算法和本文算法重构出的图象虽整体视觉效果接近，但前者对于像帽沿这样结构较小的边缘重构效果较差，且两条边缘不够清晰。

表 1 三次样条插值和小波域 LS 方法重构图象的峰值信噪比 (dB)

算法	Lena	Elaine	Boat	Baboon
三次样条插值	23	28.4	24.6	21.1
小波域 LS 方法	26.4	31	27.4	22.4

本文算法的另一优点是计算量较小。大家知道，由于小波变换的一个主要特性是小波系数的稀疏性，即显著的小波系数是很少的，并且它们都分布在边缘处；而绝大多数小波系数都很小，假定为 0 不会带来明显的失真，所以小波系数的预测只在边缘处进行即可，而且正如在本文第 2 节指出的那样，对于相邻的 4 个点只需求解一次超定方程组即可。正是由于这两个原因，故本文算法的计算量比边缘指导下插算法大大减小。

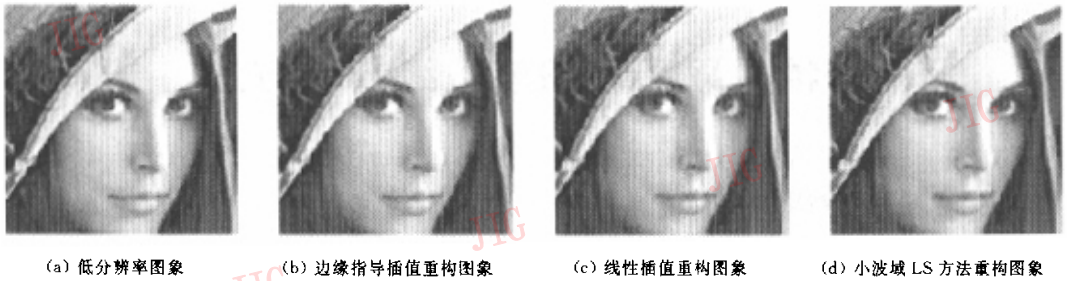


图 4 用不同算法重构出的 Lena 图象的实验结果

5 结 论

尽管本文算法能够有效增强图象的分辨率,但由于纹理区的边缘在小波变换下并不具有自相似性,所以它对纹理区的重构效果并不令人满意,这将是下一步工作的重点,由于小波域 HMT 模型能够准确刻画图象相邻尺度间小波系数的 Markov 依赖性,因此希望采用小波域 HMT 模型来由大尺度小波系数更准确地预测小尺度小波系数,以便更好地重构高分辨率图象。

参 考 文 献

- Schultz R R, Stevenson R L. A Bayesian approach to image expansion for improved definition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1994, 3(3): 233~242.
- Li X, Orchard M T. Edge directed prediction for lossless compression of natural images[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(6): 813~817.
- Li X, Orchard M T. New edge-directed interpolation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(10): 1521~1527.
- Battiatto S, Gallo G, Stanco F. A locally-adaptive zooming algorithm for digital images [J]. Image Vision and Computing Journal, 2002, 20(11): 805~812.
- Baker S, Kanade T. Limits on super-resolution and how to break them [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(9): 1167~1183.
- Baker S, Kanade T. Hallucinating faces [R]. CMY-RI-TR-99-32, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA, 1999.

- Daubechies I. Ten lectures on wavelets [M]. Montpelier, Vermont, USA: Capital City Press, 1992.
- Mallat S. A wavelet tour of signal processing [M]. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1998.
- Damera-Venkata N, Kite T D, Gersler W S, Evans B L *et al.* Image quality assessment based on a degradation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(4): 636~650.

赵书斌 1968 年生,1990 年获南京理工大学学士学位,2000 年获北京理工大学硕士学位,现为中国科学院自动化研究所国家专用集成电路设计工程技术研究中心博士研究生,主要研究方向为目标识别、图象处理与分析。



张 蓬 1970 年生,中国科学院自动化研究所国家专用集成电路设计工程技术研究中心博士研究生,主要研究方向为纹理图象分割、纹理合成。



彭恩龙 1971 年生,1998 年获得中国科学院数学所博士学位,现为中国科学院自动化研究所国家专用集成电路设计工程技术研究中心研究员、博士生导师,主要研究方向为小波理论及应用、模式识别、图象处理等,发表论文 30 余篇。

